

(ON-)ZICHTBARE WISKUNDE

Tom Verhoeff

met dank aan Koos Verhoeff

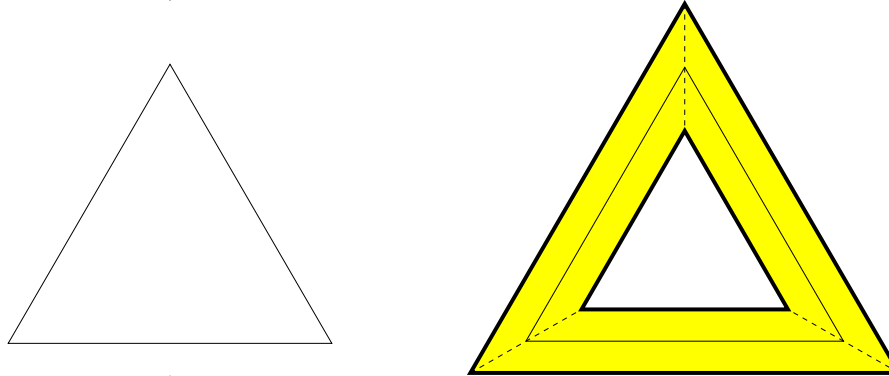
Technische Universiteit Eindhoven
Faculteit Wiskunde en Informatica

T.Verhoeff@TUE.NL

<http://www.win.tue.nl/~wstomv/>

Gesloten ruimtelijke kromme

Beschouw een gesloten ruimtelijke kromme,
opgebouwd uit eindig veel **lijnstukken**.



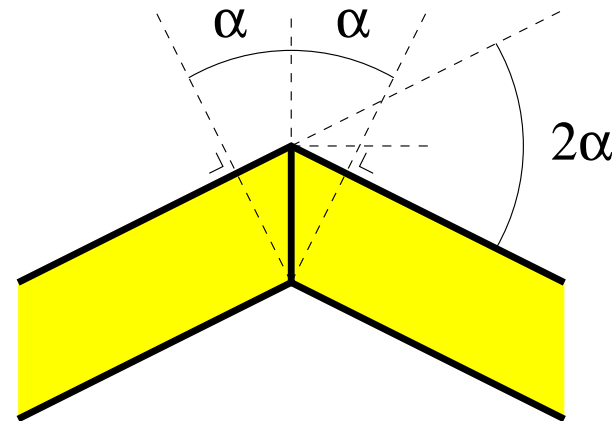
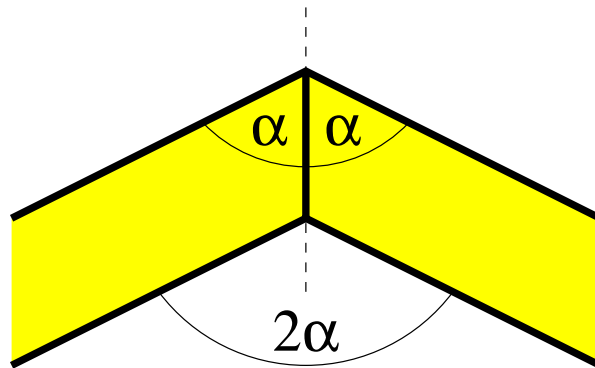
Lijnstukken zijn **oneindig dun**, dus '**verdikken**' om ze beter te zien.

Verstek

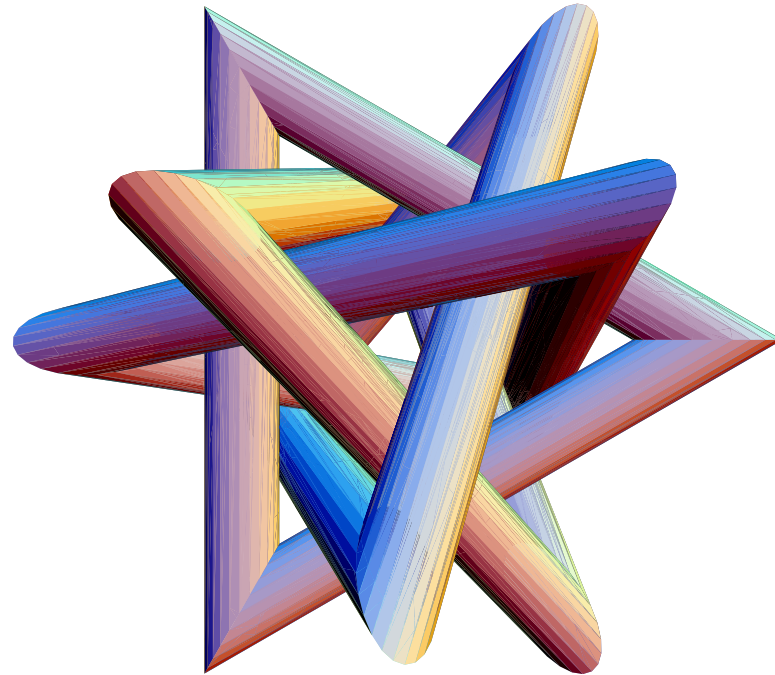
Verstek: schuin afzagen van cilinder

Zaagsnede ligt in **binnen-bissectrice-vlak** van knik

Zaaghoek α geeft knik van 2α

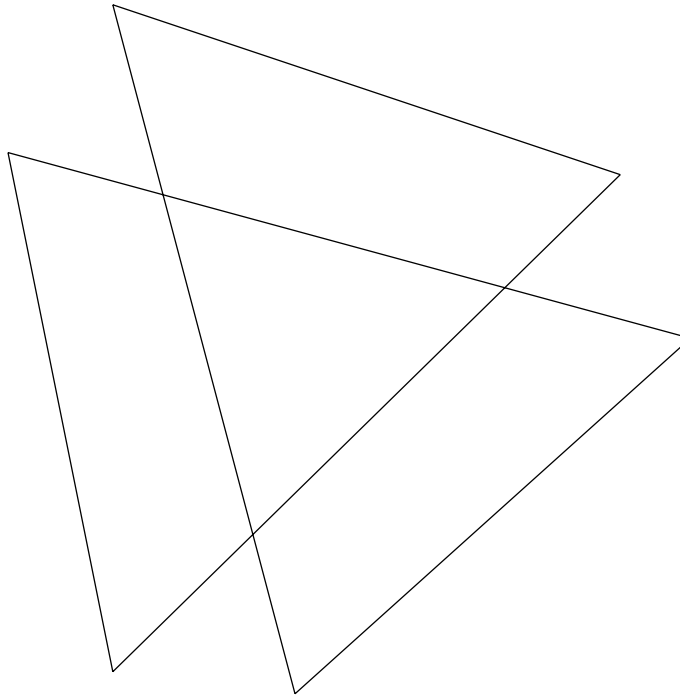


Rioolmonument: 4 inelkaargrijpende \equiv -zijdige Δ -en



Opgave: Hoe dik kan het O-profiel maximaal zijn?

Knoop met 6 lijnstukken



Opgave: Hoeveel lijnstukken vergt een knoop minimaal?

Ruimtelijk verstek

Dubbelverstek: zaag ook uit 't lood **kantelen**

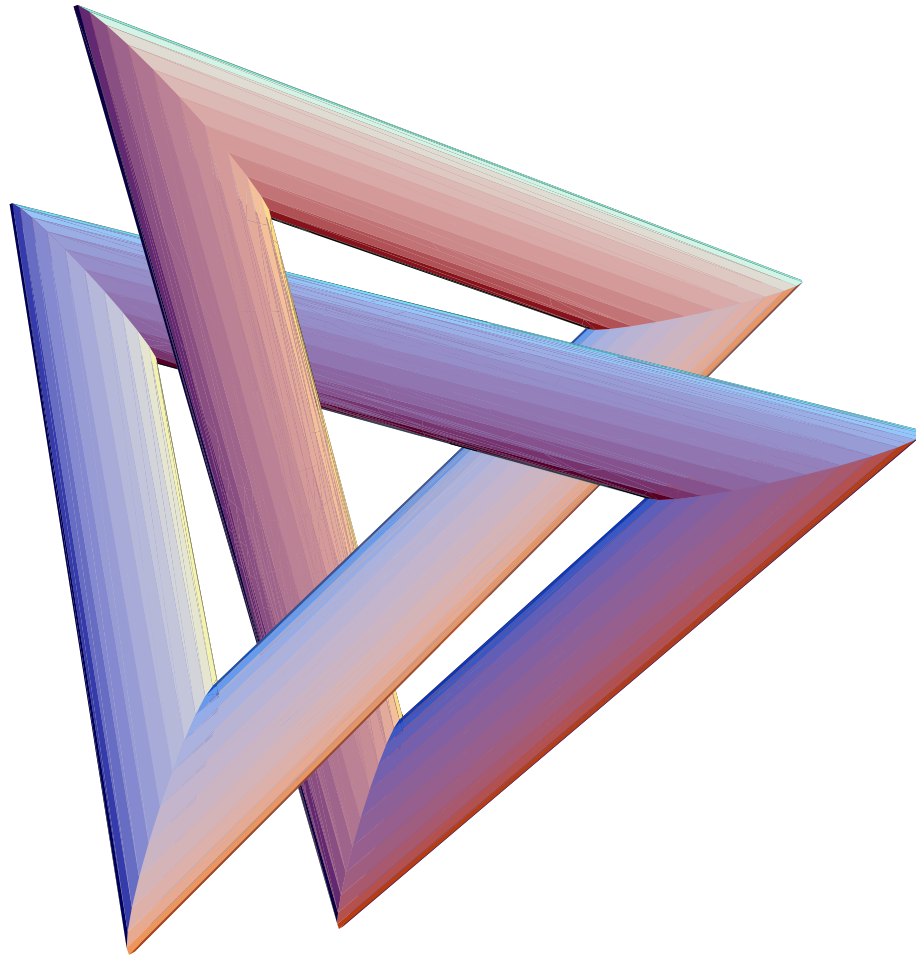
Rotatie van balk om **lengte-as** na eerste verstek

Hoek β tussen vlakken opgespannen door knikken aan uiteinden

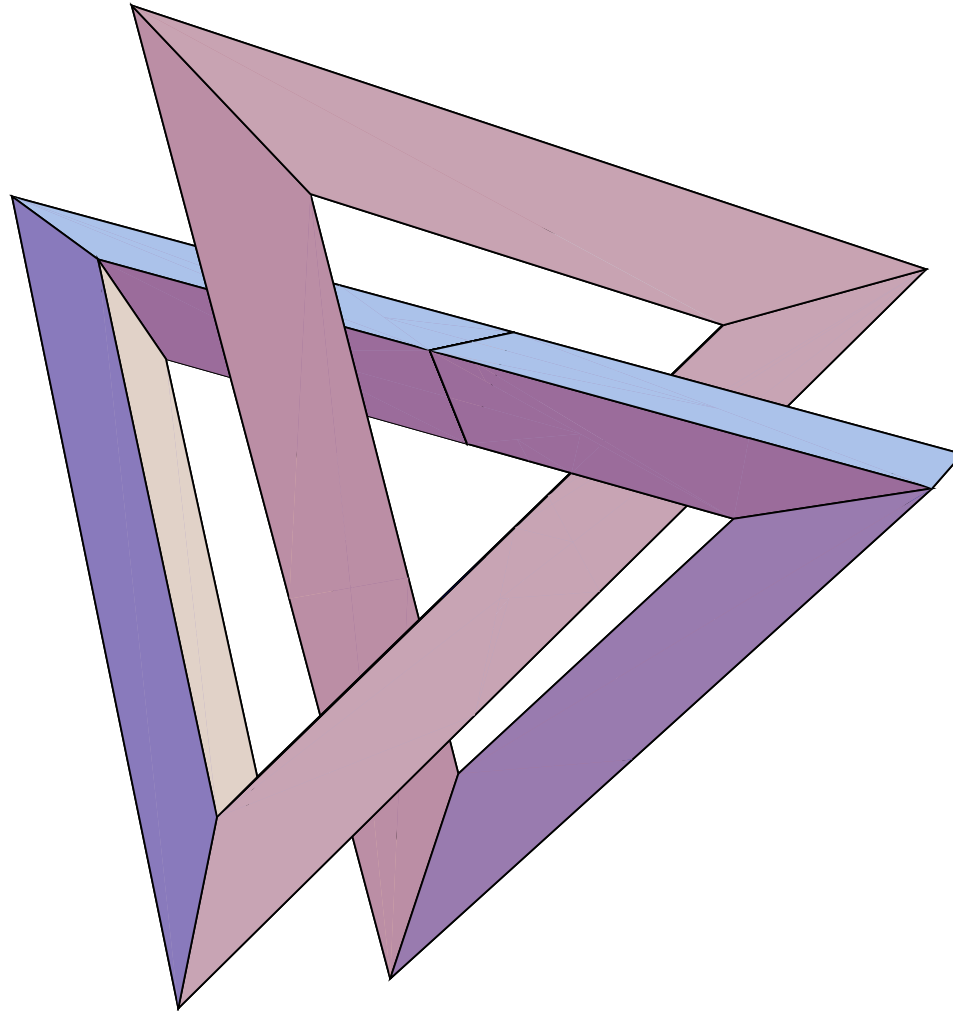
Ruimtelijk verstek: $0 < \beta < 180^\circ$ (drie poten *niet* in 1 vlak)

Dubbelverstek hoeft geen ruimtelijke kromme te geven!

Knoop met 6 verdikte lijnstukken (O-profiel)



Knoop met 6 verdikte lijnstukken (Δ -profiel)



Verrassende verdraaiing

Polygoon als profiel geeft **naden**

Praktisch voordeel: rotatie om lengte-as beter te beheersen

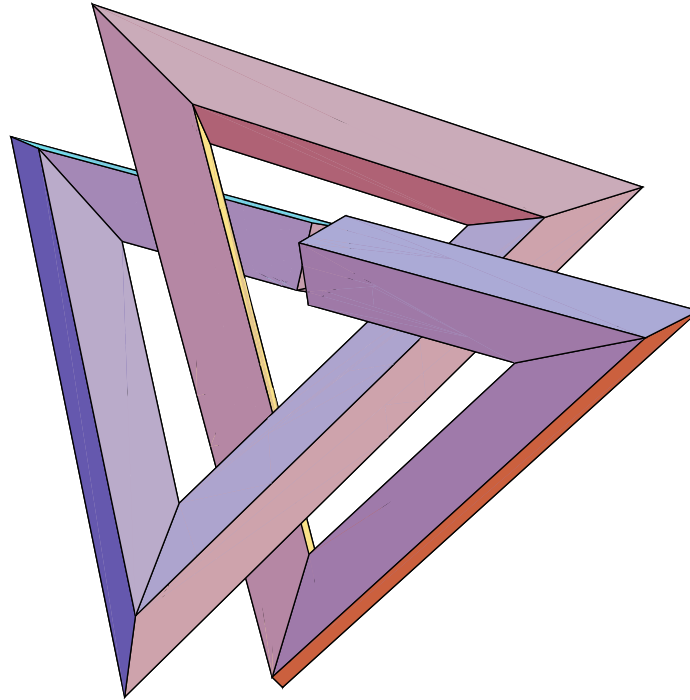
Naad laten **dóórlopen** over knikken (mooier, degelijker)

Naad **sluit niet van nature** bij rondgang (*Popke Bakker*)

Mate van **verdraaiing** (**torsie**) afhankelijk van kromme, maar *niet* van profiel, beginplaats en beginstand

Ruggegraat op O-profiel

Knoop met 6 verdikte lijnstukken (\square -profiel)



\square -profiel geeft **parallelogram-vormige** zaagsnede (waarom?)

Inverse problemen

Kneed kromme een beetje, zó dat **verstek sluit** bij gegeven profiel.

Met behoud van **schoonheid!**

—

Gegeven **voorgezaagde stukjes**, welke krommen zijn te maken?

Welke krommen zijn **mooi?**

Vrijheidsgraden: zelfopgelegde beperkingen

Veel vrijheidsgraden, inperken: **roosterpaden**

Balk met \square -profiel, beide uiteinden 45° verstekt: 4 mogelijkheden

Op 1 manier te koppelen (onder 90°): levert '**torenpaden**'

Opgave: Hoeveel gesloten paden zijn er met N van deze stukjes?

Dwarsverstek

Balk met **rechthoekig** profiel en \square -zaagsnede bij verstek onder 45°

Opgave: Welke aspect-ratio heeft de rechthoek?

2 vormen: trapezium en parallelogram

Op 3 manieren te koppelen (90° en 120°): levert '**loperpaden**'

Bij 120° : zaagsnede *niet* in binnen-bissectrice-vlak

Opgave: Hoeveel gesloten paden zijn er met N van deze stukjes?

Gesloten loperpaden met trapezium stukje

# stukjes	# paden	opmerkingen
4	1	□ schilderijlijstje (vlak)
6	2	o.a. regelmatige 6-hoek (vlak)!
8	1	heeft veel symmetrieën
10	0	waarom?
12	16	waarvan 1 zonder symmetrie
14	10	
16	44	
24	62234	geen knopen; max. # rechte hoeken: 14

Nog meer verstek

Lijnstukken verdikken tot **niet-congruente** profielen

Parallelogramvormig profiel met rechthoekige zaagsnede

Ruitvormig profiel met vierkante zaagsnede

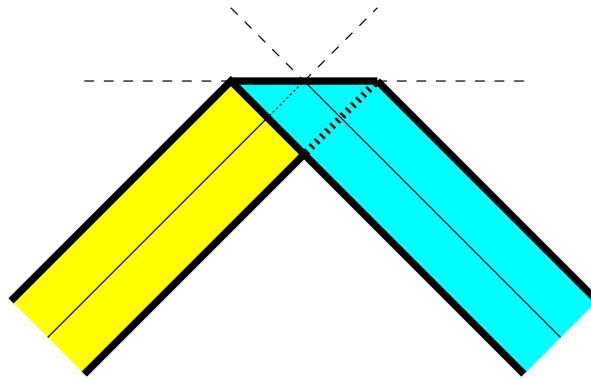
Als ≥ 3 lijnstukken bijelkaar komen

Vertakkende (fractale) structuren

Humor: de onmogelijke kubus

Verdikken tot strip

I.p.v. bij knik te verstekken, strip **ombuigen**



Vouw ligt in **buiten-bissectrice-vlak** van knik

Weer speelt **verdraaiing** een rol

Draairichting alterneert: bij oneven aantal punten altijd 2 sluitingen

Torsie bij continue krommen

Frenet driepoot (vliegtuigje)

Stofzuigerslang met ruggegraat

Heel andere problemen

Construeerbaarheid: zaag instellen, materiaalverlies minimaliseren, stukken aanelkaar maken, volgorde van opbouw

Neerzetbaarheid: vlakke onderkant, zwaartepunt

Dynamische objecten: kan het echt bewegen zonder wringen?

Wiskunde en Kunst

- Wiskunde als hulpmiddel voor kunstenaar
- Wiskunde als inspiratiebron voor kunst
- Kunst als inspiratiebron voor wiskunde
- Wiskunde als kunst

Slot

Dingen die altijd zomaar lukken zijn geen kunst.

Daarom legt de kunstenaar zichzelf beperkingen op.

Soms zijn die beperkingen in het oog springend . . . en soms niet.

Die beperkingen kennen, helpt bij het waarderen van de kunst.

(ON-)ZICHTBARE WISKUNDE?